

## VAJE (kompleksna števila)

1. Izračunaj:

$$a) 5(3-i)^{-1} - (1+i)^5 + \frac{(1-\sqrt{7}i)(1+\sqrt{7}i)}{16} - \frac{1}{2}i^{21} = \quad [R: 6+4i]$$

$$b) \frac{1}{i^{25}} + \frac{1}{i^{33}} + \frac{1}{i^{45}} = \quad [R: i]$$

$$c) \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}i}{\sqrt{3} - \sqrt{2}i} = \quad [R: i]$$

$$d) \frac{2-3i}{4+3i} = \quad \left[ R: -\frac{1}{25} - \frac{18}{25}i \right]$$

$$e) \frac{12}{3+\sqrt{3}i} - (5-2\sqrt{3}i)^2 - (i^{13} \cdot \sqrt{3}) + |1-i| + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) =$$

$$[R: -9 + \sqrt{2} + 18\sqrt{3}i]$$

$$f) \frac{(1+i)^2 - (1-i)^2}{(1+i)^3 - (1-i)^3} = \quad [R: 1]$$

$$g) (i+i^2+i^4) : (i+i^3+i^9) = \quad [R: 1]$$

$$h) \frac{(3-4i)(2-i)}{2+i} + \frac{(3+4i)(2+i)}{2-i} = \quad \left[ R: -\frac{14}{5} \right]$$

$$i) \frac{2-i}{-1+3i} + \frac{1-3i}{-3+i} = \quad \left[ R: -\frac{11}{10} + \frac{3}{10}i \right]$$

$$j) (1+i)^{50} : (1-i)^{50} = \quad [R: -1]$$

2. Rešenačbo:

$$a) 2iz = 4 - 3i \quad \left[ R: z = -\frac{3}{2} - 2i \right]$$

$$b) (1+i)z + 2i = 0 \quad [R: z = -1-i]$$

$$c) |z| + z = 3 - i \quad \left[ R: z = \frac{4}{3} - i \right]$$

3. Reši sistem enačb:

$$zi + w = -2$$

$$z - (1+i)w = 2+i$$

$$[R: z = -1; w = -2+i]$$

4. Izračunaj  $|z|$ , če je

$$z = \frac{(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}-i)} + \frac{(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}+i)} + i^{17} \quad [R: |z| = \sqrt{2}]$$

5. Izračunaj vrednost izraza

$$(z + |z| - 4\bar{z})(z\bar{z} - 6)^{-1}$$

$$\text{za } z = 3 - 4i.$$

$$[R: \frac{4}{19} - \frac{20}{19}i]$$

6. Izračunaj:

$$a) (\sqrt{5}-3i)(\sqrt{5}+3i) + (1-i)^2 = \quad [R: -\frac{1}{2}i]$$

$$b) (1+i)^3 = \quad [R: -i]$$

$$c) \frac{i+i^2+i^3+i^4+\dots+i^{101}+i^{102}}{i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4 \dots i^{101} \cdot i^{102}} = \quad [R: 1+i]$$

7. Določi absolutno vrednost kompleksnega števila

$$z = \frac{1-i}{1+i} + 3+5i \quad [R: z=3+4i, |z|=5]$$

8. Za katero vrednost realnega števila  $x$  bo realni del kompleksnega števila

$$\frac{x-1+(x+1)i}{x-xi} \quad [R: -1 < x < 0]$$

večji od njegovega imaginarnega dela?

9. Dano je kompleksno število

$$z = \frac{2-i}{3+i} - \frac{9}{2}i^3 + \frac{5}{2}i^8.$$

$$\text{Izračunaj } |z|. \quad [R: |z|=5]$$

10. Izračunaj vrednost izraza

$$(z-i)^2 - i^{138} - z\bar{z} + \frac{|z|^2}{z}$$

$$\text{za } z = 2 - 3i. \quad [R: -22-13i]$$

11. Izračunaj absolutno vrednost kompleksnega števila

$$z = -i^3 + (2+i)^2 + \frac{4+2i}{i-1} \quad [R: |z| = 2\sqrt{2}]$$

12. Kompleksnemu številu  $z = 2 + 3i$  izračunaj  $\bar{z}$ ,  $|z|$ ,  $z^2$ ,  $z^{-1}$  ter število  $z$  predstavi v kompleksni ravnini.

13. Izračunaj:

$$a) (\sqrt{5}-3i)(\sqrt{5}+3i) + (1-i)^2 = \quad [R: 6-4i]$$

$$b) (1+i)^3 = \quad [R: -2+2i]$$

$$c) (1-i)^5 = \quad [R: -4+4i]$$

$$d) i^{17} - (2-5i)^2 - (\sqrt{5}-2i)(\sqrt{5}+2i) = \quad [R: 12+21i]$$

14. Pokaži, da velja

$$(\sqrt{2}+i)^8 + (\sqrt{2}-i)^8 = -46$$

15. Izračunaj:

$$i + i^3 + i^9 (i^{102} - i^2) = \quad [R: 2i]$$